

## Limites

Vizinhança, Definição de Limite e Teoremas de Comparação. Cálculo de limites. Limites Notáveis

explicamat | Resoluções em vídeo no endereço <https://www.explicamat.pt/matematica-12-ano.html>

1. Sejam  $(u_n)$  e  $(v_n)$  duas sucessões tais que:

$$u_n = \frac{2n - 4}{n + 1} \quad \text{e} \quad v_n = \sqrt{2n^2 + 2}$$

1.1. Determine a menor ordem a partir da qual os termos de  $(v_n)$  são superiores a 100

1.2. Quantos termos da sucessão  $(u_n)$  não pertencem a  $V_{0,01}(2)$

1.3. Determine o menor número natural  $p$  tal que  $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq p \Rightarrow u_n \in V_{0,001}(2)$

2. Seja  $(u_n)$  a sucessão definida por

$$u_n = \begin{cases} \frac{3n}{n+1} & \text{se } n < 100 \\ \frac{2n+1}{n+3} & \text{se } n \geq 100 \end{cases}$$

2.1. Estude  $(u_n)$  quanto à monotonia

2.2. Mostre, por definição, que  $\lim u_n = 2$

3. sejam  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  e  $(w_n)$  três sucessões tais que

$$u_n = \frac{2 - 3n}{4n + 1}, \quad v_n = n^2 - 2n \quad \text{e} \quad w_n = 3 - \sqrt{n + 1}$$

Recorrendo à definição de limite de uma sucessão, mostre que:

3.1.  $\lim v_n = +\infty$

3.2.  $\lim u_n = -\frac{3}{4}$

3.3.  $\lim w_n = -\infty$

explicamat | Resoluções em vídeo no endereço <https://www.explicamat.pt/matemática-12-ano.html>

Todos os direitos reservados a <https://www.explicamat.pt>. Pode utilizar e distribuir livremente em formato papel, como um todo, sem remexer ou utilização de partes, desde que feita referência explícita e inequívoca ao autor. A utilização e distribuição em formato digital (sites, blogues, etc) só pode ser feita como um todo, sem remexer, com o respetivo link a apontar para o domínio <https://www.explicamat.pt>.

4. Sejam  $(u_n)$  e  $(v_n)$  duas sucessões convergentes tais que:

$$u_n - v_n + 1 = \frac{1}{n^2}$$

Das três afirmações seguintes apenas uma **pode ser** verdadeira. Indica a afirmação que **pode ser** verdadeira e dois argumentos distintos para rejeitar cada uma das restantes afirmações (um argumento para cada afirmação falsa).

I.  $\lim u_n = \frac{1}{3}$  e  $\lim v_n = \frac{2}{3}$

II.  $\lim u_n = \frac{1}{3}$  e  $\lim v_n = \frac{4}{3}$

III.  $\lim u_n = \frac{4}{3}$  e  $\lim v_n = \frac{1}{3}$

5. Sejam  $(u_n)$  e  $(v_n)$  as sucessões definidas por

$$u_n = \frac{n^2}{\sqrt{2n^2}} \quad \text{e} \quad v_n = \begin{cases} n^2 - 5 & \text{se } n < 200 \\ \frac{n^2 - n \times u_n \times \sqrt{8} - n\sqrt{2}}{\sqrt{2n^2}} & \text{se } n \geq 200 \end{cases}$$

5.1. Determina  $\lim u_n$

5.2. Determina  $\lim \frac{n^2}{\sqrt{2n^2 - 1}}$

5.3. Mostra, por comparação, que  $\lim v_n = -\infty$

6. Determina o limite de cada sucessão utilizando os teoremas de comparação de sucessões ou o teorema das sucessões enquadradas

6.1.  $a_n = \frac{n^2 - 2 \cos(n + 1)}{n}$

6.2.  $b_n = \frac{2 \sin(3n) + 3 \cos(2n)}{5n}$

6.3.  $c_n = \left(\frac{n+2}{2n+2}\right)^n$

6.4.  $d_n = \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{1}{n^2 + i}}$

Estuda os seguintes limites:

$$7. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \ln \left( \frac{1}{2x} \right) - \frac{e^{-x}}{x} \right)$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2e^{x-1}}{\ln(x-1) - \ln x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x^2 - 2x + 1}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x-1)^2}{x^2 - 1}$$

$$11. \lim \left( \frac{n+1}{n-2} \right)^{n+1}$$

$$12. \lim \left( \frac{n+2}{2n+1} \right)^n$$

$$13. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|2-x|}{x^2-1}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x-x^2|}{x^2-1}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x-1}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+1} + x)$$

$$17. \lim \left( (n+1) (\sqrt{n^2+4} - \sqrt{n^2+2}) \right)$$

$$18. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{2\sqrt{x}}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 + 2x^2 + x + 2}$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x-1)}{x-2}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x^2}$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln x - \ln 2}{x - 2}$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x}$$

$$25. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x \times x}{x^2 + 1}$$

$$26. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x^2 + 1}{5 + \ln x}$$

$$27. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + x}{\ln x + 4^x}$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( x \times e^{\frac{1}{x}} \right)$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0^+} (x \times \ln x)$$

## FIM

Ficheiro em constante atualização. Verifique se existem novas versões em  
<https://www.explicamat.pt/matemática-12-ano.html>

## SOLUÇÕES

1.1.

2.1.

3.

4.

5.1.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

13.

14.

15.

16.

17.

18.

19.

20.

21.

22.

23.

24.

25.

26.

27.

28.

**explicamat** | Resoluções em vídeo no endereço <https://www.explicamat.pt/matemática-12-ano.html>

Todos os direitos reservados a <https://www.explicamat.pt>. Pode utilizar e distribuir livremente em formato papel, como um todo, sem remexer ou utilização de partes, desde que feita referência explícita e inequívoca ao autor. A utilização e distribuição em formato digital (sites, blogues, etc) só pode ser feita como um todo, sem remexer, com o respetivo link a apontar para o domínio <https://www.explicamat.pt>.