

Função Exponencial e Logarítmica (12.º ano)

Exercícios de Exames Nacionais ou outras Provas Oficiais

explicamat | Resoluções em vídeo no endereço <https://www.explicamat.pt/matematica-12-ano.html>

1. Considere a função h , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, definida por $h(x) = \frac{e^x}{x-1}$

Resolva, em $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, a equação $(x-1)h(x) + 2e^{-x} = 3$

Exame Nacional Matemática A | 2019 | 2.ª Fase

2. Sejam a e b dois números reais positivos tais que $a > b$

Sabe-se que $a + b = 2(a - b)$

Qual é o valor, arredondado às décimas, de $\ln(a^2 - b^2) - 2 \ln(a + b)$?

(A) 0,7

(B) 1,4

(C) -0,7

(D) -1,4

Exame Nacional Matemática A | 2019 | 1.ª Fase

3. Determine o conjunto dos números reais que são soluções da inequação

$$\log_2(x+1) \leq 3 - \log_2(8-x)$$

Apresente a resposta usando a notação de intervalos de números reais.

Exame Nacional Matemática A | 2018 | 2.ª Fase

4. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 + \frac{e^x}{1-x} & \text{se } x < 1 \\ \frac{\ln(x^2) + 2}{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Seja h a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $h(x) = x + 1$

Qual é o valor de $(f \circ h^{-1})(2)$

(o símbolo \circ designa a composição de funções)

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

Exame Nacional Matemática A | 2018 | 2.ª Fase

5. Sejam a e b números reais superiores a 1 tais que $\ln b = 4 \ln a$

Determine o conjunto dos números reais que são soluções da inequação $a^x \geq b^{\frac{1}{x}}$

Apresente a resposta usando a notação de intervalos de números reais.

Exame Nacional Matemática A | 2018 | 1.ª Fase

6. Seja a um número real superior a 1

Qual é o valor de $4 + \log_a 5^{\ln a}$?

(A) $\ln(10e)$

(B) $\ln(5e^4)$

(C) $\ln(5e^2)$

(D) $\ln(20e)$

Exame Nacional Matemática A | 2017 | Época Especial

7. Pretende-se eliminar um poluente diluído na água de um tanque de um viveiro. Para tal, é escoada água por um orifício na base do tanque e, em simultâneo, é vertida no tanque água não poluída, de tal modo que a quantidade total de água no tanque se mantém.

Admita que a massa, p , de poluente, medida em gramas, t horas após o início do processo, é, para um certo número real positivo k , dada por

$$p(t) = 120e^{-kt} \quad (t \geq 0)$$

Resolva o item seguinte recorrendo exclusivamente a métodos analíticos.

Determine o valor de k , sabendo que, duas horas após o início do processo, a massa de poluente é metade da existente ao fim de uma hora.

Apresente o resultado na forma $\ln a$, com $a > 1$

Exame Nacional Matemática A | 2017 | Época Especial

8. Considere a função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

Recorrendo exclusivamente a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, resolva a inequação

$$f(x) > 2 \ln x$$

Apresente o conjunto solução usando a notação de intervalos de números reais.

Exame Nacional Matemática A | 2017 | 2.ª Fase

9. Na Figura 3, está representada uma secção de uma ponte pedonal que liga as duas margens de um rio.

A ponte, representada pelo arco PQ , está suportada por duas paredes, representadas pelos segmentos de reta $[OP]$ e $[RQ]$. A distância entre as duas paredes é 7 metros.

O segmento de reta $[OR]$ representa a superfície da água do rio.

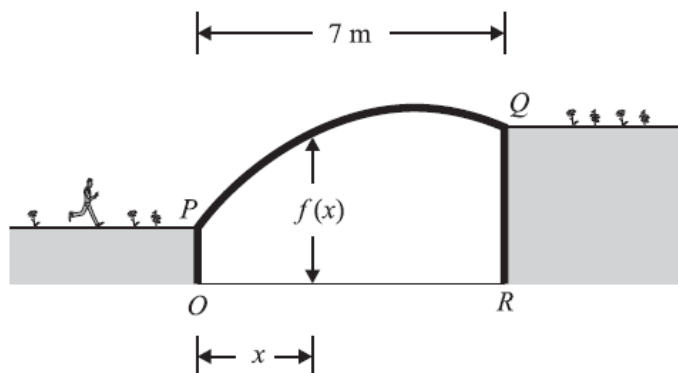


Figura 3

Considere a reta OR como um eixo orientado da esquerda para a direita, com origem no ponto O e em que uma unidade corresponde a 1 metro.

Para cada ponto situado entre O e R , de abscissa x , a distância na vertical, medida em metros, desse ponto ao arco PQ é dada por

$$f(x) = 9 - 2,5(e^{1-0,2x} + e^{0,2x-1}), \text{ com } x \in [0,7]$$

Resolva o item seguinte recorrendo a métodos analíticos; utilize a calculadora apenas para efetuar eventuais cálculos numéricos

Seja S o ponto pertencente ao segmento de reta $[OR]$ cuja abscissa x verifica a equação

$$\sqrt{(f(0))^2 + x^2} = 2$$

Resolva esta equação, apresentando a solução arredondada às décimas, e interprete essa solução no contexto da situação descrita.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

FIM

Ficheiro em constante atualização. Verifique se existem novas versões em <https://www.explicamat.pt/matematica-12-ano.html>

SOLUÇÕES

1. $\{0, \ln 2\}$

2. (C)

3. $] -1,0] \cup [7,8[$

4. (C)

5. $[-2,0[\cup [2, +\infty[$

6. (B)

7. $k = \ln 2$

8. $]\frac{1}{2}, 1[$

9. $x \approx 1,5$. O ponto S que dista 2 metros do ponto P está a uma distância de aproximadamente 1,5 metros do Ponto O