
Cálculo Combinatório | 12.º ano

Conjuntos (revisão 10.º ano). Propriedades das operações sobre conjuntos. Produto cartesiano

explicamat | Resoluções em vídeo no endereço <https://www.explicamat.pt>

1. Considera os conjuntos A e B definidos por:

$$A = \{x \in \mathbb{Z}: |x - 1| < 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N}: x^2 - x > 0 \wedge 2x - 7 < x + 1\}$$

Define em extensão os seguintes conjuntos:

1.1. A

1.2. B

1.3. $A \cap B$

1.4. $A \cup B$

1.5. $A \setminus B$

1.6. $B \cap \bar{A}$

2. Considera três conjuntos E, F e G , diferentes do vazio, tais que:

- $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
- $F \subset E$;
- $G \cap E = \{2, 4, 5\}$;
- $F \cup G = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 9\}$;
- $F \cap G = \emptyset$

Define em extensão os conjuntos F , G e $E \setminus G$.

3. Relativamente aos conjuntos H e J contidos no universo

$$U = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

Sabe-se que:

- $H \setminus J = \{-2, 0, 2\}$;
- $J \setminus H = \{-1, 1\}$;
- $\overline{H \cup J} = \{-3\}$

3.1. Escreve em extensão $\overline{H \cup J}$

3.2. Mostra que $H \cap J \cup \{-1, 1\} = J$

4. Considera os conjuntos A e B definidos no universo $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ por:

$$A = \{x \in U: x \text{ é um número primo}\}$$

$$B = \{x \in U: x \text{ é ímpar}\}$$

Das afirmações seguintes apenas uma é falsa. Escolhe a afirmação falsa.

- (A) $A \cap \overline{B} \subset \overline{B}$ (B) $\overline{B} \subset \overline{A \cap B}$ (C) $\overline{A \cup B} \subset A$ (D) $B \cap \overline{A} \subset \overline{A}$

5. Sejam C, D e E três conjuntos definidos num universo U .

$$\text{Sabe-se que } (D \cap C) \cup (D \cap E) = \emptyset$$

Mostra que:

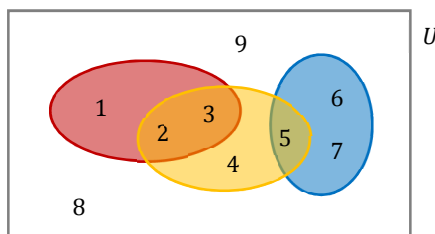
$$5.1. C \cup (D \cap E) = C$$

$$5.2. (E \cup D) \cap (D \cap C) = \emptyset$$

$$5.3. \overline{D \cap C} \cap E = E$$

$$5.4. \overline{D \cap E} \cup C = U$$

6. No diagrama de Venn estão representados os conjuntos F, G e H definidos no universo $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Os conjuntos **não** estão propositadamente **identificados**.



Tal como o diagrama sugere $F \cap G \cap H = \emptyset$

$$\text{Sabe-se que } (F \cap G) \cup H = H$$

$$\text{Mostra que } \overline{H} \cup (H \setminus (F \cup G)) = \{1, 4, 6, 7, 8, 9\}$$

7. Sejam A e B dois conjuntos definidos num universo U

Mostra que:

$$7.1. A \cup (B \cap \overline{A}) = A \cup B$$

$$7.2. A \cap (B \cup \overline{A}) = A \cap B$$

$$7.3. \overline{(B \cup B \cap \overline{A})} \cap (A \setminus B) = A \cap \overline{B}$$

$$7.4. B \cap \overline{\overline{A \cap B}} = B \cap A$$

8. Sejam A e B dois conjuntos definidos num universo U

Mostra que:

$$8.1. \overline{B \cap A} = (A \cap \overline{B}) \cup \overline{A}$$

$$8.2. \left(A \cup (B \cup \overline{A \cup B}) \right) \cap (\overline{A} \cap \overline{B}) = \emptyset$$

$$8.3. \overline{(A \cap B) \cap (\overline{A} \cup \overline{B})} \cup (A \cap \overline{B}) = \overline{A} \cup B$$

$$8.4. \overline{\overline{B \cap C} \cup (\overline{A} \cap B)} = A \cap B \cap C$$

9. Sejam A, B e C três conjuntos distintos, contidos num universo U , diferentes do vazio e de U .

Sabe-se que:

- $A \cap B = \emptyset$;
- $A \cup B = U$;
- $C \cap \overline{A} = \emptyset$

Nas opções seguintes estão quatro afirmações acerca dos conjuntos A, B e C , das quais apenas uma é verdadeira. Escolhe a afirmação verdadeira.

(A) $A \subset C$

(B) $C \subset B$

(C) $A \cap \overline{C} \neq \emptyset$

(D) $C \cap B \neq \emptyset$

10. Sejam A, B e C três conjuntos

Mostra que $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

11. Para entrar no prédio onde a Ana mora é necessário digitar um código de acesso.

O código da Ana é composto por dois elementos, uma letra do conjunto $L = \{a, b, c\}$ e um algarismo do conjunto $A = \{1, 2\}$



11.1. Considera que o código da Ana começa por uma letra.

11.1.1. Escreve em extensão o produto cartesiano $L \times A$.

11.1.2. Qual o número máximo de tentativas que terias de realizar para descobrir o código da Ana?

11.2. Considera agora que o código da Ana pode começar por uma letra ou por um número.

11.2.1. O que representa, neste contexto, a união de conjuntos $(L \times A) \cup (A \times L)$?

11.2.2. Escreve $(L \times A) \cup (A \times L)$ em extensão.

11.2.3. Quantas possibilidades existem para o código da Ana?

12. O Pedro e o João são irmãos e realizam o seguinte jogo:

- Cada um dos irmãos pensa num algarismo entre 1 e 4, incluindo o 1 e o 4;
- Após divulgação simultânea dos algarismos pensados, determinam a soma dos mesmos;
- Se o valor da soma for inferior a cinco o Pedro vence o jogo, se for superior a cinco vence o João e se for igual a cinco fica empatado

12.1. Considera o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$.

Escreve em extensão o produto cartesiano $A \times A$

12.2. O jogo é justo? Justifica a resposta indicando o total de possibilidades para que vença o Pedro, o João ou para que fique empatado

FIM

Resoluções em vídeo no endereço

<https://www.explicamat.pt/matematica-12-ano.html>

SOLUÇÕES

1. 1.1. $\{0,1,2\}$ 1.2. $\{2,3,4,5,6,7\}$ 1.3. $\{2\}$ 1.4. $\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ 1.5. $\{0,1\}$ 1.6. $\{3,4,5,6,7\}$

2. $F = \{1\}$ $G = \{2,4,5,7,8,9\}$ $E \setminus G = \{1,3,6\}$

3. 3.1. $\{-3, -1, 1, 3\}$ 3.2. mostre que (ver vídeo)

4. (C)

5. mostre que (ver vídeo) 6. mostre que (ver vídeo) 7. mostre que (ver vídeo) 8. mostre que (ver vídeo)

9. (C)

10. mostre que (ver vídeo)

11. 11.1.1. $\{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\}$ 11.1.2. 6 11.2.1. o total de códigos possíveis

11.2.2. $\{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2), (1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\}$

12. 12.1. $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)\}$

12.2. Pedro -> 6, João -> 6 e Empate -> 4. O jogo é justo