Cálculo Combinatório | 12.º ano

Cardinal de conjuntos. Princípio fundamental da contagem (princípio da multiplicação). Fatorial. Permutações. Arranjos. Combinações. Conjunto das partes.

1. Sejam A e B conjuntos num universo U, tais que:

- $\#(A \cup B) = 12$;
- $\#\, A = 5$;
- $\#(\, A \cap B\,) \neq 0$;

1.1. Qual das seguintes opções pode indicar o valor de $\#B$?

(A) 6 **(B)** 7 **(C)** 11 **(D)** 14

1.2. $A \cap \overline{B}$ e $A \cap B$ são equipotentes ?

2. Uma turma do 12.º ano tem 26 alunos.

Todos os alunos da turma falam o idioma Português, no entanto, alguns alunos também falam pelo menos um de outros dois idiomas, Inglês ou Francês.

Sabe-se que 12 alunos falam apenas um idioma, 16 não falam Inglês e 18 não falam Francês

2.1. Quantos alunos da turma falam dois e só dois idiomas?

2.2. Quantos alunos da turma falam os três idiomas?

3. Sejam A e B os conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{Z}\colon |2x-1| < 5\}\,,\quad B = \left\{x \in \mathbb{Z}\colon \frac{2}{x} + x < 3\ \wedge x > -3\right\}$$

Escolhe a firmação verdadeira

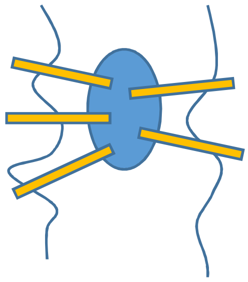
(A) A e B são conjuntos disjuntos

(B) A e B são equipotentes

(C) $\#(A \setminus B) = 3 \times \#(B \setminus A)$

(D) $\#(B \setminus A) = 3 \times \#(A \setminus B)$

4. Na figura está representado um esquema de uma pequena ilha situada no meio de um rio e cinco pontes que fazem a ligação da mesma a cada uma das margens do rio (três para uma margem e duas para a outra)



A Rita encontra-se na ilha e pretende deslocar-se a uma das margens, voltando de seguida ao ponto de partida.

De quantas formas diferentes pode a Rita efetuar o percurso de ida e volta a uma das margens sem passar duas vezes na mesma ponte?

5. Sem utilizar a calculadora determina o valor de:

5.1. $\dfrac{5! - 4!}{3!}$

5.2. $\dfrac{43! - 41!}{42!} + \dfrac{5! \times 3! \times 85}{7! \times 6}$

6. Sem utilizar calculadora mostra que:

6.1. $\dfrac{n! - (n+1)!}{(n-1)!} = -n^2$

6.2. $\dfrac{(2n)! + (2n+1)!}{(4n^2 - 2n)(2n-2)!} = 2(n+1)$

7. Sem utilizar calculadora resolve as equações:

7.1. $\dfrac{(n-2)!}{(n-4)! \times (n-2)} = \dfrac{4}{n}$

7.2. $\dfrac{(n+5)!}{(n+3)! + (n+2)!} = 8n + 31$

8. Considera a palavra TRANSMONTANO

8.1. Quantos são os anagramas desta palavra?

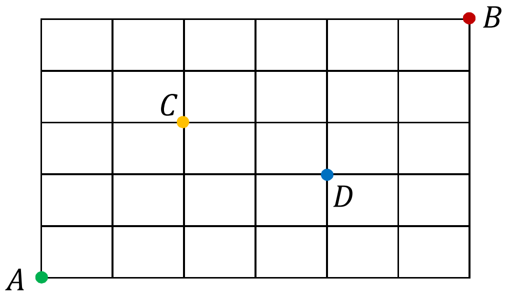
8.2. Quantos são os anagramas desta palavra em que consta a sequência MONTAR?

8.3. Quantos são os anagramas desta palavra que não começam por vogal?

9. Na figura está representado um esquema das ruas de uma cidade que ligam quatro locais assinalados pelos pontos A, B, C e D,

O Luís pretende ir de A até B .

Considera que o caminho terá de ser feito pelas linhas e que, em cada cruzamento, terá de optar por uma linha que o aproxime do destino B



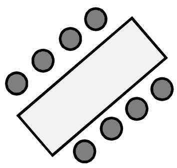
9.1. Quantos caminhos existem de A até B?

9.2. Os pontos C e D representam, cada um deles, uma farmácia. De quantas formas pode o Luís ir de A até B passando por uma farmácia?

10. Na figura está representada uma mesa retangular com oito lugares, quatro em cada um de dois lados opostos.

Seis amigos, quatro rapazes e duas raparigas, vão sentar-se nos lugares disponíveis ficando dois dos lugares por ocupar.

De quantas formas diferentes o podem fazer se:

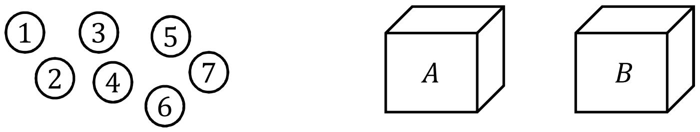


10.1. Não existirem restrições?

10.2. As duas raparigas ficarem do mesmo lado da mesa?

10.3. Os rapazes não ficarem todos do mesmo lado?

11. De quantas formas diferentes é possível distribuir sete bolas diferentes, numeradas de 1 a 7, por duas caixas diferentes, caixa A e caixa B, de modo que:



11.1. Cada caixa fique com, pelo menos, uma bola?

11.2. Na caixa A , o número de bolas com algarismo ímpar seja igual ao número de bolas com algarismo par?

11.3. A caixa B fique com pelo menos duas bolas e o produto dos algarismos das bolas que ficam na caixa B seja um número ímpar?

12. Considere dois conjuntos A e B.

Sabe-se que:

- o cardinal do conjunto das partes de A é o quádruplo do cardinal do conjunto das partes de B;
- $\#A \times \#B = 360$. ($\#A$ e $\#B$ representam, respetivamente, o número de elementos de A e B)

Qual o valor de $\#A + \#B$?

(A) 22 **(B)** 38 **(C)** 44 **(D)** 54

13. De quantas formas diferentes se podem distribuir:

13.1. 50 bolas diferentes em 15 caixas diferentes? Escolhe a opção correta

(A) ${}^{64}C_{14}$ **(B)** 15^{50} **(C)** ${}^{64}A_{14}$ **(D)** $15!$

13.2. 50 bolas iguais em 15 caixas diferentes? Escolhe a opção correta

(A) ${}^{64}C_{14}$ **(B)** 15^{50} **(C)** ${}^{64}A_{14}$ **(D)** $15!$

14. A Maria tem oito moedas no bolso, uma de 1 cêntimo, uma de 2 cêntimos, uma de 5 cêntimos, uma de 10 cêntimos, uma de 20 cêntimos, uma de 50 cêntimos, uma de 1 euro e uma de 2 euros.

Retirando pelo menos duas moedas do bolso, quantos conjuntos de moedas pode a Maria obter?

(A) $2^8 - 9$ **(B)** $2^8 - 8$ **(C)** ${}^{8}C_{2}$ **(D)** 2^8

15. Um saco contém nove cartões numerados de 1 a 9.

Colocam-se os nove cartões em cima de uma mesa, lado a lado, em linha reta.

Determine de quantas maneiras diferentes é possível colocar os cartões, de modo que não fiquem dois cartões com número par seguidos.

(A) 2880 **(B)** 43200 **(C)** 103680 **(D)** 207360

16. Considere nove bolas, quatro numeradas com o número 1, quatro com o número 2 e uma com o número 4.

Considere agora que se colocam as nove bolas lado a lado, de modo a formar um número com nove algarismos.

Quantos números pares diferentes se podem obter?

(A) 350 **(B)** 1190 **(C)** 322560 **(D)** 645120

FIM

Ficheiro em constante atualização. Verifique se existem novas versões em
https:www.explicamat.pt/matemática-12-ano.html

SOLUÇÕES

1.1. (C) **1.2.** Não são equipotentes

2.1. 10 **2.2.** 4

3. (C)

4. 8

5.1. 16 **5.2.** 45

6. mostre que (ver vídeo)

7.1. $\{4\}$ **7.2.** $\{4\}$

8.1. 9979200 **8.2.** 2520 **8.3.** 6652800

9.1. 462 **9.2.** 300

10.1. 20160 **10.2.** 8640 **10.3.** 19584

11.1. 126 **11.2.** 35 **11.3.** 11

12. (B)

13.1. (B) **13.2.** (A)

14. (A)

15. (B)

16. (A)