1. De uma função f, de domínio $[-\pi, \pi]$, sabe-se que a sua **derivada** f' está definida igualmente no intervalo $[-\pi, \pi]$ eé dada por

$$f'(x) = x + 2\cos x$$

1.1. Utilizando métodos exclusivamente analíticos, resolva as duas alíneas seguintes:

1.1.1 Determine o valor de $\lim_{x \to 0} \dfrac{f(x) - f(0)}{x}$

1.1.2. Estude a função f quanto às concavidades do seu gráfico e determine as abcissas dos pontos de inflexão.

1.2. O gráfico de f contém um único ponto onde a recta tangente é paralela ao eixo Ox. Recorrendo à sua calculadora, determine um valor arredondado às centésimas para a abcissa desse ponto.

Explique como procedeu.

GAVE – Exame Nacional 2003 – 2.ª Fase

2.

Considere a função f, de **domínio** $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$, definida por

$$f(x) = x + \operatorname{sen} x$$

Sem recorrer à calculadora, resolva as três alíneas seguintes.

2.1. Utilizando a definição de derivada de uma função num ponto, calcule $f'(0)$.

2.2. Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

2.3. Determine os valores de x, pertencentes ao intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$, tais que $f(x) = x + \cos x$

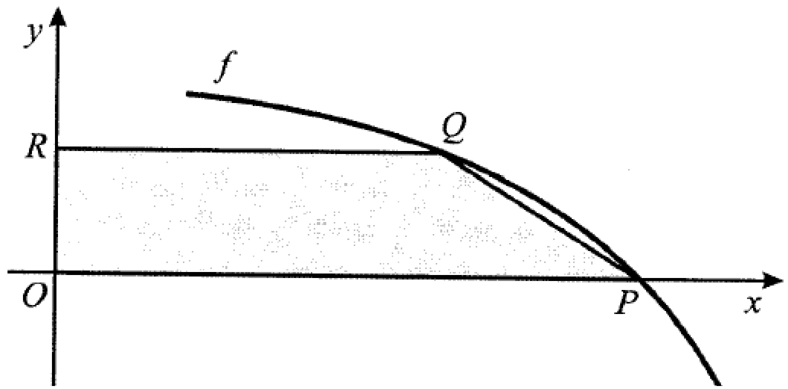
3. Considere a função f, de domínio $]-\pi, \pi[$, definida por $f(x) = \dfrac{\cos x}{1 + \cos x}$

Sem recorrer à calculadora, resolva as três alíneas seguintes.

3.1. Estude a função quanto à existência de assimptotas do seu gráfico.

3.2. Mostre que a função f tem um máximo e determine-o.

3.3. Na figura está representada, em referencial o.n. xOy, uma parte do gráfico da função f.



Na mesma figura está também representado um trapézio $[OPQR]$.

O ponto O é a origem do referencial, e os pontos P e R pertencem aos eixos Ox e Oy, respectivamente.

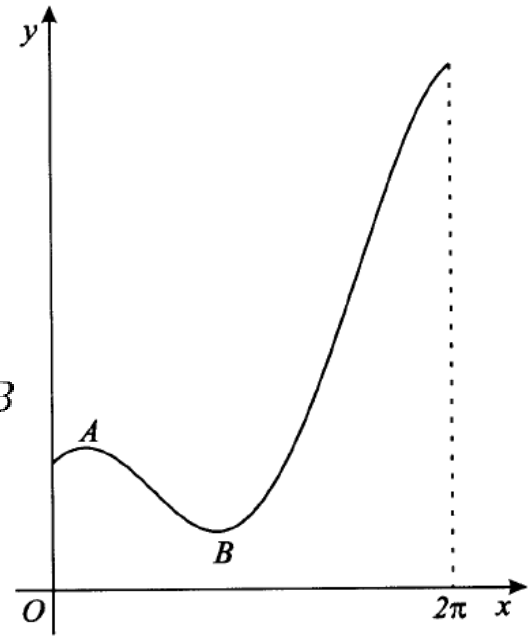
Os pontos P e Q pertencem ao gráfico de f.

Sabendo que o ponto R tem ordenada $\dfrac{1}{3}$, determine a área do trapézio.

4.

Na figura está representado o gráfico da função f, de domínio $[0, 2\pi]$, definida por

$f(x) = x + 2\cos x$



A e B são pontos do gráfico cujas ordenadas são extremos relativos de f

4.1. Sem recorrer à calculadora, resolva as duas alíneas seguintes.

4.1.1 Mostre que a ordenada do ponto A é $\dfrac{\pi + 6\sqrt{3}}{6}$ e que a do ponto B é $\dfrac{5\pi - 6\sqrt{3}}{6}$

4.1.2 Qual é o contradomínio de f ?

4.2. Considere a recta tangente ao gráfico de f no ponto A.

Esta recta intersecta o gráfico num outro ponto C.

Recorrendo à calculadora, determine um valor aproximado para a abcissa do ponto C (apresente o resultado arredondado às décimas).

Explique como procedeu (na sua explicação, deve incluir o gráfico, ou gráficos, que considerou para resolver esta questão).