1. De uma função f de domínio $[1,2]$ sabe-se que:

- f é contínua em todo o seu domínio
- $\forall\, x \in [1,2],\ \ f(x) < 0$
- $f(1) = 3\, f(2)$

Seja g a função de domínio $[1,2]$ definida por $g(x) = 2\, f(x) - f(1)$

Prove que a função g tem pelo menos um zero.

Teste Intermédio 11/03/2009

2. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$, contínua no intervalo $[-2, 2]$

Tem-se $f(-2) = 1$ e $f(2) = 3$

Indique qual das expressões seguintes define uma função g, de domínio $\mathbb{R}$, para a qual o Teorema de Bolzano garante a existência de pelo menos um zero no intervalo $]-2, 2[$

(A) $g(x) = x + f(x)$

(B) $g(x) = x - f(x)$

(C) $g(x) = x^2 + f(x)$

(D) $g(x) = x^2 - f(x)$

Teste Intermédio 29/04/2008

3. Seja g a função, de domínio $[0, +\infty[$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} 3^x - \sqrt{x} & se \quad 0 \leq x < 2 \\ x - 5 + \log_2 (x-1) & se \quad x \geq 2 \end{cases}$$

Em qual dos intervalos seguintes o Teorema de Bolzano permite garantir a existência de pelo menos um zero da função g ?

(A) $]0, 1[$ **(B)** $]1, 3[$ **(C)** $]3, 5[$ **(D)** $]5, 9[$

Teste Intermédio 15/03/2010

GAVE – Exame Nacional

4. De uma função g, contínua em $\mathbb{R}$, sabe-se que:

- 1 é zero de g;
- $g(3) > 0$.

Prove que a equação $g(x) = \frac{g(3)}{2}$ tem, pelo menos, uma solução no intervalo $]1, 3[$

5) Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 1 + 3 \cdot x^2 e^{-x}$

Sem recorrer à calculadora (a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos), mostre que, no intervalo $]-1, 0[$, existe pelo menos um objecto cuja imagem, por meio de f, é 4.

6. Seja h a função de domínio $]-1, +\infty[$, definida por $h(x) = 4 - x + \ln(x+1)$

($\ln$ designa logaritmo de base e).

Resolva, **usando métodos analíticos**, os dois itens seguintes.

6.2. Justifique, aplicando o **Teorema de Bolzano**, que a função h tem, pelo menos, um zero no intervalo $]5, 6[$.

Exame de 2008 – 1.ª Fase