

1.ª Comparação

Exame 2015 – 1.ª fase

Seja Ω , conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- $P(A) = 0,4$
- $P(\overline{B}) = 0,7$
- $P(A \cup B) = 0,5$

Qual é o valor de $P(\overline{A} \cup \overline{B})$?

- (A) 0,6 (B) 0,7 (C) 0,8 (D) 0,9

Previsões explicamat

Previsão 2

Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- $P(A|B) = 0,2$
- $P(B) = 0,1$
- A e B são acontecimentos independentes

Qual é o valor de $P(\overline{A} \cup B)$?

- (A) 0,82 (B) 0,28 (C) 0,18 (D) 0,8

Previsão 4

Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- $P(B) = 0,1$
- $P(A \cap \overline{B}) = 0,4$
- A e B são acontecimentos incompatíveis

Qual o valor de $P(\overline{A} \cap \overline{B})$?

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

2.ª Comparação

Exame 2015 – 1.ª fase

1. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = \frac{-2 + 2i^{19}}{\sqrt{2} \operatorname{cis} \theta}$

Determine os valores de θ pertencentes ao intervalo $]0, 2\pi[$, para os quais z é um número imaginário puro.

Na resolução deste item, não utilize a calculadora.

Previsão explicamat

Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$z_1 = i \quad \text{e} \quad z_2 = \operatorname{cis} \left(\frac{n\pi}{10} \right), \quad n \in \mathbb{N}$$

1.1.

- 1.2. Determine o menor valor de n , para o qual $z_1 \times z_2$ seja um imaginário puro.

3.ª Comparação

Exame 2015 – 1.ª fase

5. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, os pontos $A(0, 0, 2)$ e $B(4, 0, 0)$

- 5.1. Considere o plano α de equação $x - 2y + z + 3 = 0$

Escreva uma equação do plano que passa no ponto A e é paralelo ao plano α

- 5.2.

Previsão explicamat

Considere, num referencial o.n. $Oxyz$:

- O plano α , de equação $\frac{x}{2} - y + z = 1$;
- Um plano β , paralelo a α , contendo o ponto de coordenadas $(1, 4, 2)$.

Qual das condições abaixo pode definir o plano β ?

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| (A) $2x - y + z = 0$ | (B) $x - 2y + 2z = 0$ |
| (C) $x - 2y + 2z = -3$ | (D) $x - 2y + 2z = 1$ |

4.ª Comparação

Exame 2015 – 1.ª fase

De uma empresa com sede em Coimbra, sabe-se que:

- 60% dos funcionários residem fora de Coimbra;
- os restantes funcionários residem em Coimbra.

2.1. Relativamente aos funcionários dessa empresa, sabe-se ainda que:

- o número de homens é igual ao número de mulheres;
- 30% dos homens residem fora de Coimbra.

Escolhe-se, ao acaso, um funcionário dessa empresa.

Qual é a probabilidade de o funcionário escolhido ser mulher, sabendo que reside em Coimbra?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2.2.

Previsão explicamat

Uma empresa pretende fazer uma campanha de divulgação nas cidades de Lisboa e Porto.

Foram distribuídas 10200 rifas nestas duas cidades para sortear um prémio no valor de dez mil euros.

Sabe-se que:

- 7000 rifas foram distribuídas na cidade de Lisboa;
- 3200 rifas foram distribuídas na cidade do Porto;
- Das rifas distribuídas em Lisboa, 20% foram oferecidas e as restantes vendidas;
- Das rifas distribuídas em Porto, 15% foram oferecidas e as restantes vendidas.

Aleatoriamente selecciona-se uma das 10200 rifas para entrega do prémio.

2.1. Sabendo que a rifa vencedora foi oferecida, determine a probabilidade de ter sido distribuída em Lisboa.

Apresente o resultado com duas casas decimais.

2.2.

5.ª Comparação

Exame 2015 – 1.ª fase

Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - \sqrt{e}}{2x - 1} & \text{se } x < \frac{1}{2} \\ (x+1) \ln x & \text{se } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Resolva os itens 4.1. e 4.2. recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

4.1.

4.2.

4.3. Mostre que a equação $f(x) = 3$ é possível em $]1, e[$ e, utilizando a calculadora gráfica, determine a única solução desta equação, neste intervalo, arredondada às centésimas.

Na sua resposta:

- recorra ao teorema de Bolzano para provar que a equação $f(x) = 3$ tem, pelo menos, uma solução no intervalo $]1, e[$
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizar na calculadora, devidamente identificado(s);
- apresente a solução pedida.

Previsão explicamat

Seja f a função de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x+\ln 8} - k}{2x} & \text{se } x < 0 \\ x + 4\cos x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}, k \in \mathbb{R}$$

6.1.

6.2. Averigue se a equação $f(x) = 0$ é possível em $]0, \pi[$.

6.3.