

Matemática 11.º ano.

Trigonometria

Compilação de todos os exercícios de Trigonometria saídos em provas oficiais (Testes Intermédios) desde 2006.

Todos os exercícios estão resolvidos em vídeo em www.explicamat.pt

Teste Intermédio Março de 2013

1. Considere o intervalo $\left[\frac{5\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}\right]$
Qual das equações seguintes **não** tem solução neste intervalo?
- (A) $\cos x = -0,5$ (B) $\sin x = -0,5$
(C) $\cos x = -0,9$ (D) $\sin x = -0,9$

Teste Intermédio Março de 2013

2. Na Figura 3, está representado, num referencial o.n. xOy , o círculo trigonométrico.

Os pontos A , B , C e D são os pontos de intersecção da circunferência com os eixos do referencial.

Considere que um ponto P se desloca ao longo do arco BC , nunca coincidindo com B nem com C

Para cada posição do ponto P , seja Q o ponto do arco AB que tem ordenada igual à ordenada do ponto P e seja R o ponto do eixo Ox que tem abcissa igual à abcissa do ponto Q

Seja α a amplitude, em radianos, do ângulo orientado que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e por lado extremidade a semirreta \vec{OP} $\left(\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right]\right)$

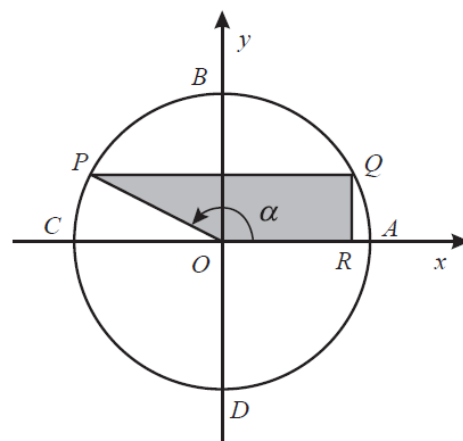


Figura 3

Resolva os itens seguintes, sem recorrer à calculadora.

Mostre que a área do trapézio $[OPQR]$ é dada por $-\frac{3}{2} \sin \alpha \cos \alpha$

- 2.1. Para uma certa posição do ponto P , a reta OP intersecta a reta de equação $x = 1$ num ponto de ordenada $-\frac{7}{24}$
- 2.2. Determine, para essa posição do ponto P , a área do trapézio $[OPQR]$
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

3. Seja θ um número real. Sabe-se que θ é uma solução da equação $\sin x = -\frac{1}{3}$

Qual das expressões seguintes designa uma solução da equação $\sin x = \frac{1}{3}$?

- (A) $\pi - \theta$ (B) $\pi + \theta$ (C) $\frac{\pi}{2} - \theta$ (D) $\frac{\pi}{2} + \theta$

4. Considere o triângulo $[ABC]$ representado na Figura 2.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 2$
- $\hat{ACB} = 30^\circ$

Seja $\alpha = \hat{BAC}$

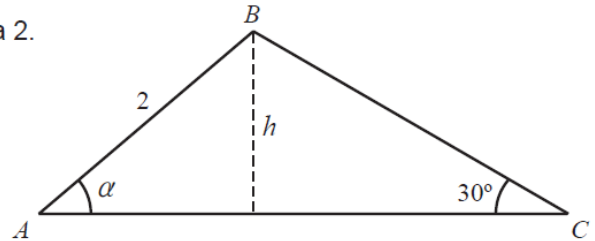


Figura 2

Qual das expressões seguintes representa \overline{BC} , em função de α ?

- (A) $4 \sin \alpha$ (B) $6 \sin \alpha$ (C) $4 \cos \alpha$ (D) $6 \cos \alpha$

5. Na Figura 5, está representado, num referencial o.n. xOy , o círculo trigonométrico.

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(1, 0)$
- o ponto B tem coordenadas $(3, 0)$

Considere que um ponto P se move sobre a circunferência.

Para cada posição do ponto P , seja $d = \overline{PB}$ e seja $\alpha \in [0, 2\pi[$ a amplitude, em radianos, do ângulo orientado cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta \vec{OP}

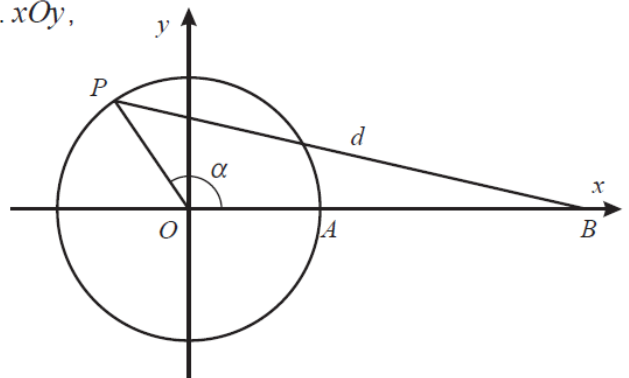


Figura 5

Resolva os itens seguintes **sem recorrer à calculadora**.

- 5.1. Mostre que $d^2 = 10 - 6 \cos \alpha$

Sugestão: Exprima as coordenadas do ponto P em função de α e utilize a fórmula da distância entre dois pontos.

- 5.2. Resolva os dois itens seguintes tendo em conta que $d^2 = 10 - 6 \cos \alpha$

- 5.2.1. Determine os valores de $\alpha \in [0, 2\pi[$ para os quais $d^2 = 7$

- 5.2.2. Para um certo valor de α pertencente ao intervalo $[0, \pi]$, tem-se $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{35}$

Determine d , para esse valor de α

6. Determine o valor de $3 - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$ sabendo que $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ e que $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\frac{4}{5}$.

Resolva este item **sem recorrer à calculadora**.

7. Considere, em \mathbb{R} , a equação trigonométrica $\cos x = 0,9$
Em qual dos intervalos seguintes esta equação **não** tem solução?

- (A) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (B) $[0, \pi]$ (C) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$ (D) $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$

8. Na Figura 2, está representado o círculo trigonométrico.

Sabe-se que:

- a recta r é tangente à circunferência no ponto $A(1,0)$
- a recta s passa na origem do referencial e intersecta a recta r no ponto P , cuja ordenada é 2
- o ponto Q , situado no terceiro quadrante, pertence à recta s

Seja α a amplitude, em **radianos**, do ângulo orientado, assinalado na figura, que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e por lado extremidade a semi-recta OQ

Qual é o valor de α , arredondado às centésimas?

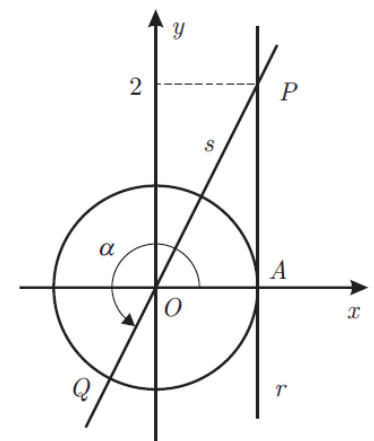


Figura 2

- (A) 4,23
(B) 4,25
(C) 4,27
(D) 4,29

9. Sejam α , β e θ três números reais.

Sabe-se que:

$$\bullet \alpha \in \left] 0, \frac{\pi}{4} \right[\quad \bullet \alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \quad \bullet \alpha + \theta = 2\pi$$

Qual das expressões seguintes é equivalente a $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \theta$?

- (A) $2 \sin \alpha + \cos \alpha$ (B) $2 \sin \alpha - \cos \alpha$ (C) $-\cos \alpha$ (D) $\cos \alpha$

10. Na Figura 3, está representada, em referencial o.n. xOy , a circunferência de centro em O e raio 5

Os pontos A e B são os pontos de intersecção da circunferência com os semieixos positivos Ox e Oy , respectivamente.

Considere que um ponto P se desloca ao longo do arco AB , nunca coincidindo com o ponto A , nem com o ponto B

Para cada posição do ponto P , sabe-se que:

- o ponto Q é o ponto do eixo Ox tal que $\overline{PO} = \overline{PQ}$
- a recta r é a mediatriz do segmento $[OQ]$
- o ponto R é o ponto de intersecção da recta r com o eixo Ox
- α é a amplitude, em radianos, do ângulo AOP $\left(\alpha \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[\right)$

Seja f a função, de domínio $\left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$, definida por $f(x) = 25 \sin x \cos x$

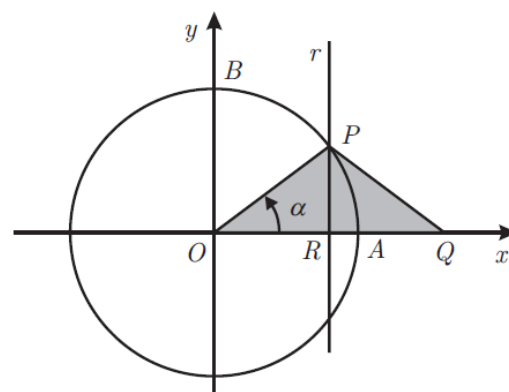


Figura 3

Resolva os itens seguintes **sem recorrer à calculadora**.

- 10.1. Mostre que a área do triângulo $[OPQ]$ é dada por $f(\alpha)$

- 10.2. Determine o valor de α , pertencente ao intervalo $\left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$, para o qual se tem $f(\alpha) = 25 \cos^2 \alpha$

- 10.3. Seja θ um número real, pertencente ao intervalo $\left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$, tal que $f(\theta) = 5$
Determine o valor de $(\sin \theta + \cos \theta)^2$

- 10.4. Considere agora o caso em que a abscissa do ponto P é 3

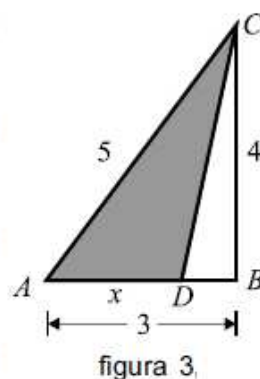
Determine a equação reduzida da recta tangente à circunferência no ponto P

11. Na figura 3, está representado um triângulo rectângulo $[ABC]$ cujos lados medem 3, 4 e 5

Considere que um ponto D se desloca ao longo do cateto $[AB]$, nunca coincidindo com o ponto A

Para cada posição do ponto D , seja x o comprimento do segmento de recta $[AD]$

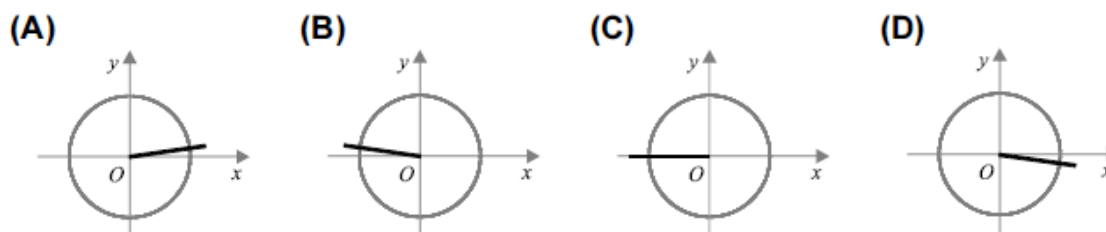
Qual das expressões seguintes dá o perímetro do triângulo $[ACD]$, em função de x ?



- (A) $x + 4 + \sqrt{25 - x^2}$ (B) $x + 5 + \sqrt{25 - x^2}$
 (C) $x + 4 + \sqrt{x^2 - 6x + 25}$ (D) $x + 5 + \sqrt{x^2 - 6x + 25}$

12. Em cada uma das figuras seguintes, está representado, no círculo trigonométrico, a traço grosso, o lado extremidade de um ângulo cujo lado origem é o semieixo positivo Ox

Em qual das figuras esse ângulo pode ter 3 radianos de amplitude?



13. Considere a equação trigonométrica $\sin x = 0,1$

Em qual dos intervalos seguintes esta equação não tem solução?

- (A) $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (B) $[0, \pi]$ (C) $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$ (D) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$

16. A Inês olhou para o seu relógio quando este marcava 10 h e 45 min. Passado algum tempo, ao ver novamente as horas, a Inês concluiu que o ponteiro dos minutos tinha rodado -3π radianos.

Que horas marcava o relógio da Inês, neste último instante?

- (A) 11 h e 15 min (B) 11 h e 45 min (C) 12 h e 15 min (D) 13 h e 45 min

Teste Intermédio Janeiro de 2009

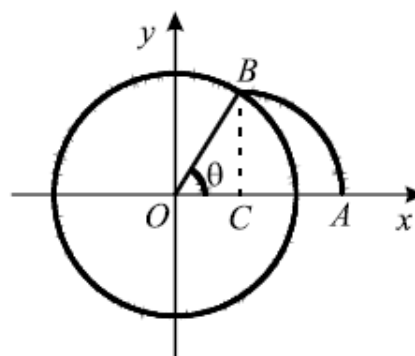
17. Considere a equação trigonométrica $\cos x = -0,3$. Num dos intervalos seguintes, esta equação tem apenas uma solução. Em qual deles?

- (A) $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ (B) $[0, \pi]$ (C) $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ (D) $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$

Teste Intermédio Janeiro de 2009

18. Na figura estão representados, em referencial o.n. xOy :

- o círculo trigonométrico
- o raio $[OB]$ deste círculo
- o arco de circunferência AB , de centro no ponto C

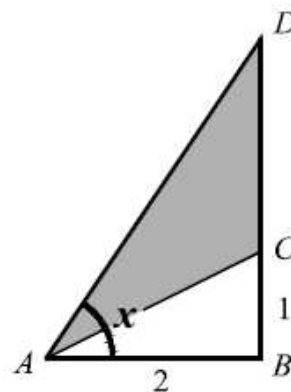


Tal como a figura sugere, o ponto B pertence ao primeiro quadrante, os pontos A e C pertencem ao eixo Ox e a recta BC é perpendicular a este eixo. Seja θ a amplitude do ângulo AOB . Qual é a abcissa do ponto A ?

- (A) $1 + \sin \theta$ (B) $1 + \cos \theta$ (C) $\cos \theta + \sin \theta$ (D) $1 + \cos \theta + \sin \theta$

Teste Intermédio Janeiro de 2009

19. Relativamente à figura junta, sabe-se que:
- o triângulo $[ABD]$ é rectângulo
 - o ponto C pertence ao cateto $[BD]$
 - x designa a amplitude, em radianos, do ângulo BAD
 - $\overline{AB} = 2$ e $\overline{BC} = 1$



- 19.1. Mostre que a área do triângulo $[ACD]$ é dada por $2 \operatorname{tg}(x) - 1$

- 19.2. Determine o valor de x para o qual a área do triângulo $[ACD]$ é igual a 1

- 19.3. Sabendo que $\sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \frac{5}{13}$ e que $a \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, determine o valor de $2 \operatorname{tg}(a) - 1$

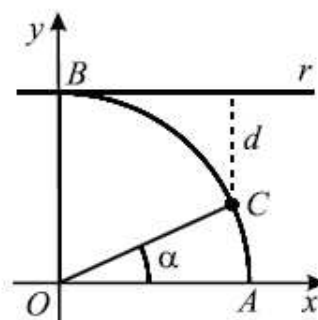
20. Na figura está representado, em referencial o.n. xOy , um arco de circunferência AB , de centro na origem do referencial e raio igual a 1.

A recta r tem equação $y = 1$

O ponto C pertence ao arco AB

Seja α a amplitude do ângulo AOC

Qual das expressões seguintes dá a distância d do ponto C à recta r ?



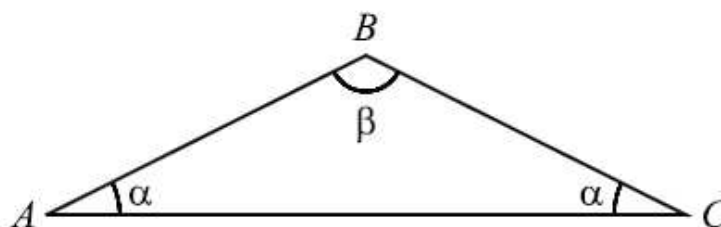
- (A) $1 + \sin(\alpha)$ (B) $1 - \sin(\alpha)$ (C) $1 + \cos(\alpha)$ (D) $1 - \cos(\alpha)$

21. Seja $x \in]0, \frac{\pi}{2}[$

Qual das expressões seguintes designa um número positivo?

- (A) $\cos(\pi - x)$ (B) $\sin(\pi - x)$ (C) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ (D) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

22. Na figura está representado um triângulo $[ABC]$ com dois ângulos de amplitude α e um ângulo de amplitude β .



Qual das igualdades seguintes é verdadeira, para qualquer triângulo nestas condições?

- (A) $\cos \beta = \sin(2\alpha)$ (B) $\cos \beta = \cos(2\alpha)$
(C) $\cos \beta = -\sin(2\alpha)$ (D) $\cos \beta = -\cos(2\alpha)$

23. Seja θ um valor pertencente ao intervalo $]\frac{\pi}{2}, \pi[$

Qual das expressões seguintes designa um número real positivo?

- (A) $\cos \theta - \sin \theta$ (B) $\sin \theta \times \cos \theta$ (C) $\sin \theta \times \operatorname{tg} \theta$ (D) $\sin \theta - \operatorname{tg} \theta$

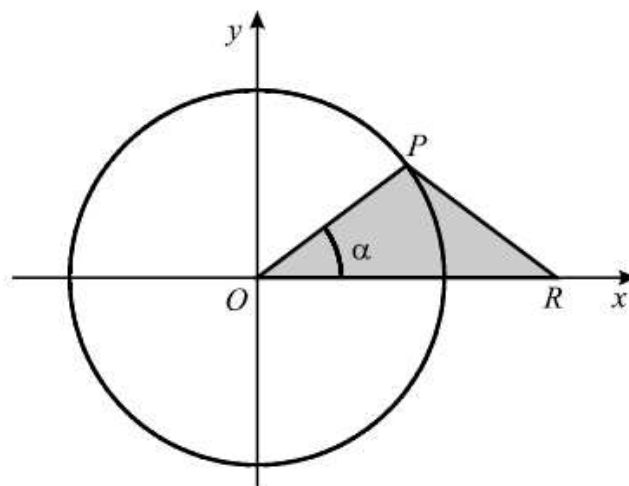
24. Considere a equação $1 + 3 \operatorname{tg}(2x) = 4$.
Qual dos seguintes valores é solução desta equação?

(A) $-\frac{\pi}{8}$ (B) $\frac{3\pi}{8}$ (C) $\frac{5\pi}{8}$ (D) $\frac{7\pi}{8}$

25. Indique as soluções da equação $5 + 2 \cos x = 6$ que pertencem ao intervalo $[0, 2\pi]$

(A) $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{4\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{5\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{7\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{11\pi}{6}$

26. Na figura está representado o círculo trigonométrico e um triângulo $[OPR]$.



O ponto P desloca-se ao longo da circunferência, no primeiro quadrante.
O ponto R desloca-se ao longo do eixo Ox , de tal modo que o triângulo $[OPR]$ é sempre isósceles.
Sendo α a amplitude, em radianos, do ângulo ROP , qual das expressões seguintes dá a área do triângulo $[OPR]$, em função de α ?

(A) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ (B) $2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
(C) $\frac{1 + \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2}$ (D) $\frac{(1 + \cos \alpha) \cdot \sin \alpha}{2}$

27. Da amplitude α de um certo ângulo orientado sabe-se que $\cos \alpha < 0$ e $\operatorname{tg} \alpha > 0$.
Qual das expressões seguintes dá o valor de $\sin \alpha$?

(A) $\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$ (B) $-\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$ (C) $\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}$ (D) $-\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}$

28. Sabe-se que $\beta \in \mathbb{R}$ é uma solução da equação $\sin x = \frac{1}{5}$

Qual das expressões seguintes designa uma solução da equação $\cos x = -\frac{1}{5}$?

- (A) $\pi + \beta$ (B) $-\frac{\pi}{2} + \beta$ (C) $-\beta$ (D) $-\frac{\pi}{2} - \beta$